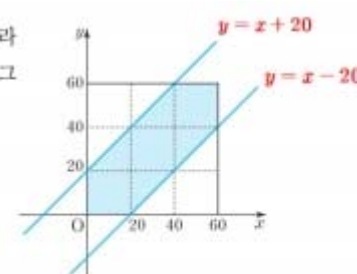


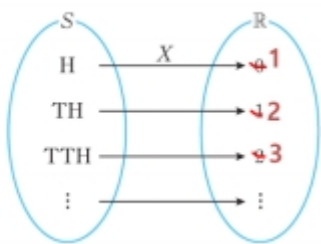
정 오 표

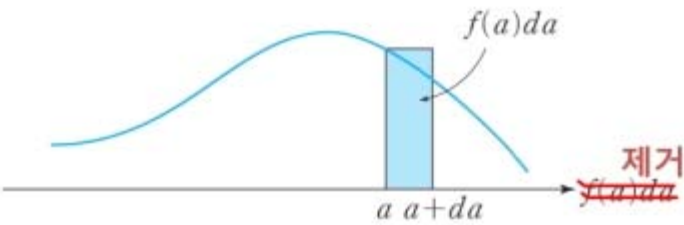
〈예비 수학교사를 위한 스스로 완성하는 확률과 통계, 박경은〉

제1장 확률		
페이지	수정	이유
5	(공리 2) $P(S) = 1$ (공리 3) 사건들이 상호배반이며 (즉, $i \neq j$ 일 때, $A_i \cap A_j = \emptyset$)	
9	한다. 그리고 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 가능한 결과들의 집합을 표본공간 (sample space)이라 하며, 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 집합인 표본공	
12	이다. 그리고 구하려는 확률 $A^c \cap B^c$ 는 $(A \cup B)^c$ 이므로 $A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{1, 2, 3, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$	
15	이번에는 두 사건 A, B 에 일어나거나 있다. 곱의 법칙(multiplication rule)은 두 사건 A, B 가 잇달아 일어나는 사건 또는 동시에 일어나는 경우의 수를 구하	
17	에 대해 확인해보면, 처음에 꺼낸 공에서 확인할 수 있는 수는 10가지 0을 제외한 9가지 처음에 꺼낸 공을 상자에 넣고 두 번째로 꺼낸 공에서 확인할 수 있는 수는 10가지 두 번째로 꺼낸 공을 상자에 넣고 세 번째로 꺼낸 공에서 확인할 수 있는 수도 10가지 이다. 따라서 복원추출로부터 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $\overset{9}{10} \times 10 \times 10 = \overset{900}{10^3} = \overset{900}{1000}$ 이다. 다음으로 꺼낸 공을 상자에 다시 넣지 않는 비복원추출에서 확인할 수 있는 경우의 수는 처음에 꺼낸 공에서 확인할 수 있는 수는 10가지 0을 제외한 9가지	
18	$\overset{9}{10} \times 9 \times 8 = \overset{648}{720}$ 이다.	
23	$k \times (2! \times 3!) = 5!$ 이다. 따라서 구하는 순열의 수 k 는	
30	경우의 수는 각각 10가지이다. 따라서 구하는 경우의 수는 $8 \times {}_{10}P_6 = 8 \times 10^7 \overset{6}{6}$	
31	중복조합의 수 ${}_nH_r$ 는 일반적으로 조합의 수 ${}_nC_r$ 로 바꾸어 구한다. 예를 들어 A,	

42	<p>▶ 불이 나혜양과 도영군이 아파트 입구에 도착하는 시간을 x와 y라 할 때, 전체 영역은 $0 \leq x \leq 60$, $0 \leq y \leq 60$이 된다. 그리고 누가 먼저 오든지 20분간 기다려 주기로 했으므로</p> $ x - y \leq 20$ <p>이다. 따라서 나혜양과 도영군이 만날 확률은</p> $\frac{2000}{3600} = \frac{5}{9}$ 	/가													
46	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>과목 번호</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>합계</td> </tr> <tr> <td>학생 수(명)</td> <td>65</td> <td>55</td> <td>23</td> <td>18</td> <td>4</td> <td>100</td> </tr> </table>	과목 번호	1	2	3	4	합계	학생 수(명)	65	55	23	18	4	100	
과목 번호	1	2	3	4	합계										
학생 수(명)	65	55	23	18	4	100									
49	<p>이다. 전자자동차가 고장이 나지 않기 위해서는 50개의 부품이 모두 고장이 나지 않아야 하므로 구하는 확률은 50개의 사건의 곱사건의 확률 $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{50})$이다.</p>	‘가’													
50	<p>이다. 그리고 뽑힌 멤버가 안경을 쓴 멤버일 때 이 멤버가 남자일 확률은 안경을 쓴 멤버들 중에 포함된 남자의 비율과 같다. 따라서 그 확률을 p라고 하면</p>														
63	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B A)}{P(A) \times P(B A) + P(C) \times P(B C)}$ $= \frac{0.6 \times 1}{0.6 \times 1 + 0.4 \times 0.2} = \frac{15}{17}$	A B													
67	<p>이다. 따라서 두 사건 A와 B는 서로 영향을 미치는 것으로 볼 수 있다. 즉, 20대 이상의 성인에게 고혈압과 고지혈증은 서로 영향을 미치는 것으로 볼 수 있다.</p>	가													
68	<p>이다. 따라서 A와 B, B와 C, C와 A는 각각 상호독립이다. 그러나</p> $P(A \cap B \cap C) = \frac{P(1)}{4} = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{8} = P(A) \times P(B) \times P(C)$														
69	<p>때, 이 대학교 학생이 대학전공책과 소설책을 함께 살 확률을 구하시오. (단, 책을 사는 사건과 S대학교 학생일 사건은 서로 독립이다)</p>	가													
	<p>중에 합격할 확률이 0.9라고 한다. 나혜양이 네 개의 자격증에 모두 합격할 확률을 구하시오. (단, 각 자격증에 합격하는 사건은 서로 독립이다.)</p>	가													
76	<p>08 S인터넷 방송사는 일기예보 방송의 정확성을 알아보기 위해 지난 3년간의 자료를 정리해본 결과, 실제로 맑은 날이 80%, 실제로 비온 날에 맑다고 예보한 경우가 40%, 3년 동안 맑은 날이라고 예보한 경우가 60%였다. 일기예보관이 맑다고 예보를 했을 때, 실제로도 날씨가 맑을 확률을 구하시오. (단, 날씨의 맑은 날과 비온 날로만 구분한다.)</p>														

제2장 확률변수와 확률분포

페이지	수정	이유																					
89	<p>예를 들어, 동전의 앞면이 나올 때까지 동전을 던지는 시행을 반복한다고 하면 표본공간은</p> $S = \{H, TH, TTH, TTTH, \dots\}$ <p>이고, 동전의 앞면이 처음 나올 때까지의 시행 횟수를 Y라 하면</p> 																						
90	<p>확률변수는 함수의 일종이므로, 함수처럼 더하거나, 곱하거나, 상수 배 등을 할 수 있다. 예를 들어 같은 표본공간에서 정의된 두 확률변수 $X, Y: S \rightarrow \mathbb{R}$에 대해 다음과 같은 새로운 확률변수를 정의한다. (단, $w \in S$)</p>	가																					
94	<ul style="list-style-type: none"> $\sum_{i=1}^n P(X = x_i) = \sum_{i=1}^n f(x_i) = 1$ $P(X \leq x_k) = \sum_{i=1}^k P(X = x_i) = \sum_{i=1}^k f(x_i)$ (단, $i \leq k$) 	$i=1$																					
97	<p>예제 2.4 확률변수 X의 확률질량함수가</p> $P(X = x) = f(x) = kx^2 + x \quad (x = 1, 2, 3, 4, 5)$ <p>일 때, 상수 k의 값을 구하시오. $\frac{k}{x^2 + x}$</p> <p>▶ 풀이 확률질량함수에 대한 확률변수 X의 확률분포표는</p> <table border="1" data-bbox="382 1240 1185 1414"> <tr> <td>X</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>합계</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x) = f(x)$</td> <td>$k+1$</td> <td>$4k+2$</td> <td>$9k+3$</td> <td>$16k+4$</td> <td>$25k+5$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x) = f(x)$</td> <td>$\frac{k}{1 \times 2}$</td> <td>$\frac{k}{2 \times 3}$</td> <td>$\frac{k}{3 \times 4}$</td> <td>$\frac{k}{4 \times 5}$</td> <td>$\frac{k}{5 \times 6}$</td> <td>1</td> </tr> </table>	X	1	2	3	4	5	합계	$P(X=x) = f(x)$	$k+1$	$4k+2$	$9k+3$	$16k+4$	$25k+5$	1	$P(X=x) = f(x)$	$\frac{k}{1 \times 2}$	$\frac{k}{2 \times 3}$	$\frac{k}{3 \times 4}$	$\frac{k}{4 \times 5}$	$\frac{k}{5 \times 6}$	1	
X	1	2	3	4	5	합계																	
$P(X=x) = f(x)$	$k+1$	$4k+2$	$9k+3$	$16k+4$	$25k+5$	1																	
$P(X=x) = f(x)$	$\frac{k}{1 \times 2}$	$\frac{k}{2 \times 3}$	$\frac{k}{3 \times 4}$	$\frac{k}{4 \times 5}$	$\frac{k}{5 \times 6}$	1																	
98	$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ $= (k+1) + (4k+2) + (9k+3) + (16k+4) + (25k+5) = 1$ $= \frac{k}{1 \times 2} + \frac{k}{2 \times 3} + \frac{k}{3 \times 4} + \frac{k}{4 \times 5} + \frac{k}{5 \times 6}$ $= k \left\{ 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right\} = k \left(1 - \frac{1}{6} \right) = 1$																						

98	<p>이다. 따라서 구하는 상수 k는</p> $k = -\frac{14}{55} \quad k = \frac{6}{5}$ <p>이다.</p>	
104	<p>그리고 확률변수 X가 가질 수 있는 값의 범위는 이다. 따라서 확률변수 X(시간)는</p> $0 \leq X$ $X(x) = x \quad (x \geq 0)$	
107		
111	<p>① $x < -1$일 때, $F(x) = 0$ ② $-1 \leq x < 1$일 때,</p> $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-\infty}^x \frac{3}{4}(1-t^2) dt = \frac{3}{4} \left[t - \frac{1}{3}t^3 \right]_{-1}^x = \frac{3}{4} \left(x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3} \right)$ <p>③ $x \geq 1$일 때,</p> $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = \int_{-1}^1 \frac{3}{4}(1-t^2) dt = \frac{3}{4} \left[t - \frac{1}{3}t^3 \right]_{-1}^1 = \frac{3}{4} \left(2 - \frac{2}{3} \right) = 1$	<p>①, ②, ③으로</p>
126	<p>이 성립한다. 또한 두 확률변수 X와 Y가 서로 독립이면 독립변수이면</p> $E(X \times Y) = E(X) \times E(Y)$	
133	$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 7 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$ $V(g(X)) = E(\{g(X)\}^2) - \{E(g(X))\}^2$ <p>이고, 표준편차는</p>	<p>X $g(X)$</p>
	<p>▶ 풀이 연속확률변수 X와 X^2의 기댓값 $E(X)$와 $E(X^2)$은</p> $E(X) = \int_0^{\infty} x \times e^{-x} dx = 1$ $E(X^2) = \int_0^{\infty} x^2 \times e^{-x} dx = 2$	

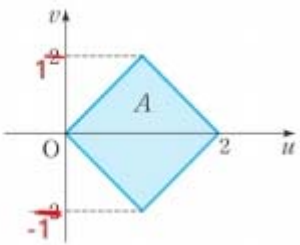
<p>134</p>	<p>이다. 그리고 확률변수 X의 분산 $V(X)$과 표준편차 $\sigma(X)$는</p> $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 1^2 - (1)^2 = 0$ $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0} = 0$ <p>이다. 따라서 확률변수의 함수 $g(X) = 2X + 1$에 대한 기댓값, 분산, 표준편차는 각각</p> $E(2X + 1) = 2E(X) + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3$ $V(2X + 1) = (2)^2 V(X) = 4 \times 0 = 0$ $\sigma(2X + 1) = 2 \sigma(X) = 2 \times 0 = 0$	
<p>155</p>	<p>의 값을 갖고 각각의 확률변수에 대응하는 확률분포는</p> $g(y) = P(Y = y) = P(Y = u(x))$ <p>이다. 여기서 두 확률변수 X와 Y는 일대일 변환을 이루므로 역관계 $X = u^{-1}(Y)$가 존재한다. 따라서 확률변수 Y의 확률밀도함수는</p> $g(y) = P(Y = u(x)) = P(X = u^{-1}(y)) = f(u^{-1}(y))$ <p>이다.</p>	<p>x, y</p> <p>X, Y</p>
<p>159</p>	<p>(x가 π에서 $-\infty < x < \infty$로 π의 여소이며 $g(x)$가 $h(x)$의 역함수인) 때, 새로운 확률변수 $Y = \tan X$의 확률밀도함수를 구하시오.</p> <p>(다음글 추가)</p> <p>▶ 풀이 두 확률변수 X와 Y의 관계 $Y = u(X) = \tan X$는 주어진 범위 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$에서 일</p>	<p>가</p>
<p>164</p>	<p>19 확률변수 X가 구간 $(-1, 1)$상에서 확률밀도함수가</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$ <p>일 때, 새로운 확률변수 $Y = X^2$의 확률밀도함수를 구하시오.</p>	<p>()</p>
<p>164</p>	<p>20 확률변수 X의 확률밀도함수가</p> $f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$ <p>일 때, $y \geq 1$에 대한 새로운 확률변수 $Y = e^{-X}$의 확률밀도함수를 구하시오.</p> $Y = 8X^3$	<p>()</p>

제3장 여러 가지 확률분포

페이지	수정	이유								
174	한 효능은 효과적이거나 비효과적으로 오직 두 가지의 가능한 경우로 판단한다. 이 시행을 와 같이 어떤 시행을 독립적으로 반복할 때 가능한 결과가 오직 두 가지인 경우를 베르누이시행(Bernoulli trials)이라 한다. 즉, 베르누이시행은 표본공간이 오직 두 가									
178	<table border="1"> <tr> <td>4</td> <td>SSSSF, SSSFS, SSFSS SFSSS, FSSS FSSSS</td> <td>${}_5C_4=5$</td> <td>${}_5C_4(0.4)^4(0.6)^1$</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>SSSSS</td> <td>${}_5C_5=1$</td> <td>${}_5C_5(0.4)^5(0.6)^0$</td> </tr> </table>	4	SSSSF, SSSFS, SSFSS SFSSS, FSSS FSSSS	${}_5C_4=5$	${}_5C_4(0.4)^4(0.6)^1$	5	SSSSS	${}_5C_5=1$	${}_5C_5(0.4)^5(0.6)^0$	'S'가
4	SSSSF, SSSFS, SSFSS SFSSS, FSSS FSSSS	${}_5C_4=5$	${}_5C_4(0.4)^4(0.6)^1$							
5	SSSSS	${}_5C_5=1$	${}_5C_5(0.4)^5(0.6)^0$							
181	<p>▶ 풀이 C공장에서 생산하는 제품의 월별 불량률은 0.001이고, 2000개의 제품에서 확인되는 불량품의 개수를 확률변수 X로 놓으면, X는 모수가 $(2000, 0.001)$인 이항분포 $B(2000, 0.001)$를 따른다. 따라서 구하는 기댓값 $E(X)$은 0.001</p>	0.1 0.001								
186	<p>예제 3.8 여론조사 기관에서 전화 설문을 실시하는데 전화를 걸었을 때 설문에 대한 응답률은 25%이다. 4개의 설문 결과를 얻기 위해 전화 통화를 10통해야 할 확률을 구하</p>	0.25 25%								
192	<p>$p = \frac{2}{3}$인 이항분포 $X \sim B\left(\frac{3}{19}, \frac{2}{3}\right)$이다. 이와 달리 비복원추출로 공을 꺼내는 상황을 생각해볼 수 있다. 즉, 주머니에서 비복원추출로 3개의 공을 꺼내는 방법은 ${}_{12}C_3$</p> <p>원소의 개수 X를 초기하확률변수(hyper geometric random variable)라고 확률질량 함수 $f(x)$가</p> <p>하고, 초기하확률변수 X의</p> $f(x) = \frac{{}_M C_x \times {}_{N-M} C_{n-x}}{{}_N C_n} \quad (\text{단, } x = 0, 1, 2, \dots, \min(M, n))$	12 3 가								
200	<p>② 증명 우선 푸아송분포의 적률생성함수를 구한다. 즉, 이산확률변수의 적률생성함수의 정의에 의하여 확률변수 X의 적률생성함수 $M_X(t)$는</p> $M_X(t) = E(e^{tX}) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} \times f(x) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} \times \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$	1 0								
232	<p>② 증명 이항분포 $X \sim B(n, p)$의 적률생성함수는 $M_X(t) = (pe^t + q)^n$이므로 표준화변수 $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$의 적률생성함수 $M_Z(t)$는</p>									
237	<p>는 같은 확률밀도함수를 갖는다. 카이제곱분포에서 모수 ν를 자유도(degree of freedom)라고 부르며 자유도에 대한 확률은 부록의 카이제곱분포표를 이용하여 구한다. 또는 df</p> <p>카이(χ)는 X의 그리스 문자 알파벳으로 평균 0, 분산 1인 표준정규분포를 의미한다.</p>									

<p>238</p>	<p>카이제곱분포 $X \sim \chi^2(\nu)$는 연속확률분포이면서 표본분포이며, 직접 확률을 구할 때 사용하는 분포가 아니라 모집단의 분산에 대한 추정과 검정, 적합도 검정, 동질성 검정, 독립성 검정 등에 사용하는 분포이다. 따라서 카이제곱분포표를 읽고 해석할 줄 알아야 한다.</p> <p style="text-align: center;">$\chi^2_{\alpha}(\nu)$</p> <p>카이제곱값 $\chi^2_{\alpha, \nu}$은 카이제곱분포 $X \sim \chi^2(\nu)$에서 오른쪽 꼬리부분의 확률이 α</p>	
<p>242</p>	<p>또 다른 예로, 자유도가 10일 때, $P(X \geq t_{\alpha}(\nu)) = 0.05$를 만족하는 $t_{\alpha}(\nu)$을 구해보자. $P(X \geq t_{\alpha}(\nu)) = 0.05$는</p> <p style="text-align: center;">$P(X \geq t_{\alpha}(\nu)) = P(X \geq t_{\alpha}(\nu) \text{ 또는 } X \leq -t_{\alpha}(\nu)) = 2P(X \geq t_{\alpha}(\nu)) = 0.05$</p> <p>이므로 $P(X \geq t_{\alpha}(\nu)) = 0.025$이다. 따라서 부록의 t-분포표에 의하여</p> <p style="text-align: center;">$t(10) = 2.228$</p> <p>이다. 즉, 확률 α ($0 < \alpha < 1$)값에 대하여 오른쪽 꼬리 확률이 α인 값 $t_{\alpha}(\nu)$, 다시 말해서</p> <p style="text-align: center;">$P(T_n \geq t_{\alpha}(\nu)) = \alpha \text{ 또는 } P(T_n \leq t_{\alpha}(\nu)) = 1 - \alpha$</p> <p>을 만족하는 값 $t_{\alpha}(\nu)$들을 t-분포표에서 찾을 수 있다. 특히 t-분포는 $\mu = 0$인 축에 대칭이므로</p>	<p>n 10 ν</p>
<p>243</p>	<p style="text-align: center;">$P(T_n \geq t_{\alpha}(\nu)) = P(T_n \leq -t_{\alpha}(\nu)) = \alpha$ $P(T_n \geq t_{\alpha/2}(\nu)) = \alpha = 2\alpha$</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>이며 추정과 가설검정에서 자주 사용된다.</p>	<p>n ν</p>

제4장 결합확률분포

페이지	수정	이유
240	<p>㉠ $Y = y$에 대한 X의 조건부기댓값</p> $E(X Y=y) = \sum_{x=x_1}^{\infty} x \times f_{X Y}(x y)$ <p>㉡ $X = x$에 대한 Y의 조건부기댓값</p> $E(Y X=x) = \sum_{y=y_1}^{\infty} y \times f_{Y X}(y x)$ <p>㉢ 이산이변량확률변수의 조건부분산: 두 이산확률변수 X와 Y의 결합확률질량함수가 $f(x, y)$이고 조건부확률질량함수가 각각 $f_{X Y}(x y)$와 $f_{Y X}(y x)$일 때,</p> <p>㉠ $Y = y$에 대한 X의 조건부분산</p> $\begin{aligned} V(X Y=y) &= E(X^2 Y=y) - \{E(X Y=y)\}^2 \\ &= \sum_{x=x_1}^{\infty} x^2 \times f_{X Y}(x y) - \left\{ \sum_{x=x_1}^{\infty} x \times f_{X Y}(x y) \right\}^2 \end{aligned}$ <p>㉡ $X = x$에 대한 Y의 조건부분산</p> $\begin{aligned} V(Y X=x) &= E(Y^2 X=x) - \{E(Y X=x)\}^2 \\ &= \sum_{y=y_1}^{\infty} y^2 \times f_{Y X}(y x) - \left\{ \sum_{y=y_1}^{\infty} y \times f_{Y X}(y x) \right\}^2 \end{aligned}$	0 x_1 , y_1
262	<p>상 시행할 때 나오는 실험에서 변수들이 두 개 이상 결합된 확률변수를 결합확률변수 (jointly random variable)라 하고 이 결합확률변수에 대한 확률분포를 결합확률분포</p>	
274	$P(X=0, Y=0) = \frac{1}{8} \neq \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = P(X=0) \times P(Y=0)$ <p>이므로 두 이산확률변수 X와 Y는 서로 확률적으로 독립이 아니다.</p>	
277	<p>예제 4.7 두 연속확률변수 X, Y의 연속결합누적분포함수가</p> $F(x, y) = \begin{cases} 0, & x < 0, y < \theta \\ (1 - e^{-x}) \left(1 - \frac{1}{y}\right), & 0 \leq x < \infty, 1 \leq y < \infty \end{cases}$	y
287	<p>이고 $u = x + y, v = x - y$의 역함수는</p> $x = \frac{1}{2}(u + v), y = \frac{1}{2}(u - v)$ <p>이다. 그러므로 변환에 의한 U, V의 영역 A는</p> $A = \{(u, v) 0 < u + v < 2, 0 < u - v < 2\}$ 	y

<p>294</p>	<p>예제 4.18 두 연속확률변수 X와 Y는 독립이고, X와 Y의 확률밀도함수가 각각</p> $f(x_t) = \begin{cases} 2x_t & 0 \leq x_t \leq 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$ <p>일 때, $E(X+Y)$을 구하시오.</p> <p>▶ 풀이 두 연속확률변수 X와 Y가 독립이고 각각은 확률밀도함수 $f(x_t)$를 가지므로 X와 Y의</p>	<p>x t</p>
<p>298</p>	<p>예제 4.19 두 연속확률변수 X와 Y는 독립이고, X와 Y의 확률밀도함수가 각각</p> $f(x_t) = \begin{cases} 2x_t & 0 \leq x_t \leq 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$ <p>일 때, $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$를 이용하여 $E(X+Y)$를 구하시오. 더불어 $V(X+Y)$을 구하시오.</p> <p>▶ 풀이 두 연속확률변수 X와 Y가 독립이고 각각은 확률밀도함수 $f(x_t)$를 가지므로 X와 Y의</p>	<p>x t</p>
<p>304</p>	<p>이다. 특히 특히 X와 Y가 독립이면 $Cov(X, Y) = 0$이므로 $\rho(X, Y) = 0$이다. 다</p>	<p>,</p>
<p>312</p>	$E(X Y=y) = \sum_{x=0}^{\infty} x \times f_{X Y}(x y)$ $V(X Y=y) = E(X^2 Y=y) - \{E(X Y=y)\}^2$ $= \sum_{x=0}^{\infty} x^2 \times f_{X Y}(x y) - \left\{ \sum_{x=0}^{\infty} x \times f_{X Y}(x y) \right\}^2$	<p>0 x_1</p>
<p>313</p>	$E(Y X=x) = \sum_{y=0}^{\infty} y \times f_{Y X}(y x)$ $V(Y X=x) = E(Y^2 X=x) - \{E(Y X=x)\}^2$ $= \sum_{y=0}^{\infty} y^2 \times f_{Y X}(y x) - \left\{ \sum_{y=0}^{\infty} y \times f_{Y X}(y x) \right\}^2$	<p>0 y_1</p>

<p>314</p>	$E(Y X=0) = \sum_{y=0}^3 y \times f_{Y X}(y 0) = 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 1$ $V(Y X=0) = E(Y^2 X=0) - \{E(Y X=0)\}^2$ $= \sum_{y=0}^3 y^2 \times f_{Y X}(y 0) - \left\{ \sum_{y=0}^3 y \times f_{Y X}(y 0) \right\}^2$ $= 1^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 2^2 \times \left(\frac{1}{4}\right) - (1)^2 = \frac{1}{2}$ <p>이다. $X=1$일 때 Y의 조건부기댓값 $E(Y X=1)$과 조건부분산 $V(Y X=1)$은 각각</p> $E(Y X=1) = \sum_{y=0}^3 y \times f_{Y X}(y 1) = 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2$ $V(Y X=1) = E(Y^2 X=1) - \{E(Y X=1)\}^2$ $= \sum_{y=0}^3 y^2 \times f_{Y X}(y 1) - \left\{ \sum_{y=0}^3 y \times f_{Y X}(y 1) \right\}^2$ $= 1^2 \times \left(\frac{1}{4}\right) + 2^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{11}{16}$ <p>이다. ■</p>	
<p>323</p>	<p>11 두 연속확률변수 X와 Y ($0 \leq X \leq 2, 0 \leq Y \leq 2$)에 대한 결합분포함수가</p> $F(x, y) = kxy(x+y)$ <p>일 때, 확률변수 X의 주변 분포함수와 두 확률변수 X와 Y의 결합확률밀도함수를 구하시오.</p>	
<p>323</p>	<p>12 두 연속확률변수 X와 Y는 독립이고, X와 Y의 확률밀도함수가 각각</p> $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}, \quad f(y) = \begin{cases} 2y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$ <p>일 때, $P(X+Y \leq 1)$를 구하시오.</p>	
<p>324</p>	<p>19 두 이산확률변수 X, Y의 결합확률질량함수 $f(x, y)$가</p> $f(0, 0) = 0.4, \quad f(0, 1) = 0.2, \quad f(1, 0) = 0.1, \quad f(1, 1) = 0.3$ <p>일 때, $X=1$에 대한 Y의 조건부 확률과 조건부기댓값 $E(Y X=1)$를 구하시오.</p>	

325	<p>03 두 연속확률변수 X와 Y의 결합누적분포함수가</p> $F(x, y) = \begin{cases} 0, & x < 0, y < 0 \\ \frac{x^2 y^2}{8} - \frac{x^4}{16}, & 0 \leq x \leq y < 2 \\ \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{16}, & 0 \leq x \leq 2 < y \\ \frac{y^4}{16}, & x \geq y, 0 \leq y < 2 \\ 1, & x \geq 2, y \geq 2 \end{cases}$ <p>일 때, $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2}\right)$와 확률변수 $Z = Y - X$에 대한 확률밀도함수 $g(z)$를 구하시오.</p>	
-----	---	--

제5장 표본분포

페이지	수정	이유																
334	<p>6 체비쇼프의 법칙(Chebyshev's rule)</p> <p>어떤 자료의 Z-점수를 Z라 할 때 주어진 자료 중 적어도 $\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \times 100\%$의 자료가 $Z < k$에 위치 (단, $k > 1$)</p>	가																
	<p>9 정규모집단에 대한 표본평균 \bar{X}의 분포</p> $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$	가																
337	<p>한다.</p> <p>기술통계학^인의 측정이나 실험에서 수집한 자료(data)의 정리, 요약, 해석, 표현 등</p>																	
346	<p>운동복 크기</p> <table border="1"> <caption>운동복 크기 분포</caption> <thead> <tr> <th>호</th> <th>명</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>75</td><td>1</td></tr> <tr><td>80</td><td>2</td></tr> <tr><td>85</td><td>4</td></tr> <tr><td>90</td><td>9</td></tr> <tr><td>95</td><td>3</td></tr> <tr><td>100</td><td>2</td></tr> <tr><td>105</td><td>9</td></tr> </tbody> </table>	호	명	75	1	80	2	85	4	90	9	95	3	100	2	105	9	
호	명																	
75	1																	
80	2																	
85	4																	
90	9																	
95	3																	
100	2																	
105	9																	
349	<p>$(n+1)\frac{3}{4}$ 번째 자료값이다. 만약 Q_1, Q_3가 정수가 아니면 사분위수는 인접한 두 개 값을 사용하여 보간법으로 구한다.</p> <p>사분위수 ^{사등분한 위치가}</p>																	

352	<p>따라서 신생아의 키와 엄마의 키 각각의 변동계수는</p> $\frac{\sqrt{22.4}}{47} = 0.10, \frac{\sqrt{22.8}}{164} = 0.029$	
355	<p>$Z_{1학년} = \frac{170 - 156}{14} = 1, Z_{2학년} = \frac{170 - 167}{10} = 0.3, Z_{3학년} = \frac{170 - 173}{6} = -0.5$</p> <p>이다. 따라서 각 학년의 평균 키와 비교하여 키 170cm는 1학년 > 2학년 > 3학년 순으로 상대적으로 큰 키이다. ■</p>	
	<p>이러한 Z-점수의 성질을 체비쇼프의 법칙(Chebyshev's rule)이라 한다. 즉, 어떤 자료의 Z-점수를 Z라 할 때, $Z < k$, 즉 $-k < Z < k$일 확률이 $\left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$이다. 단, $k > 1$이다.</p>	가
360	<p>시간 X에 대한 평균, 분산, 표준편차를 각각 모평균 μ, 모분산 σ^2, 모표준편차 σ라 한다. 그리고 대도시 순학교육과 학생 ^{200명}의 표본이고, 이들로부터 확인한 학습 시간 X에 대한 평균, 분산, 표준편차는 각각 표본평균 \bar{X}, 표본분산 S^2, 표본표준편</p>	
361	<p>이다. 이 결과를 모평균 μ, 모분산 σ^2과 비교하면</p> $E(\bar{X}) = 3 = \mu, V(\bar{X}) = 1 = \frac{\sigma^2}{2n}$	
364	<p>정규모집단에 대한 ▶ 표본평균의 분포</p> <p>평균이 μ이고 분산이 σ^2인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기 n인 표본 X_1, X_2, \dots,</p> <p>정규분포를 따르는</p> <p>② 중명 모평균이 μ, 모분산이 σ^2인 모집단에서 추출한 n개의 확률표본 X_1, X_2, \dots, X_n의 표본평균의 기댓값 $E(\bar{X})$은 기댓값의 덧셈 법칙에 의하여</p> <p>예를 들어, 모평균이 5, 모표준편차가 2인 정규 모집단에서 크기가 10인 표본을 임의 추출할 때, 표본평균 \bar{X}의 평균은 5, 분산은 $\frac{2}{5}$, 표준편차는 $\frac{\sqrt{10}}{5}$이다.</p>	가

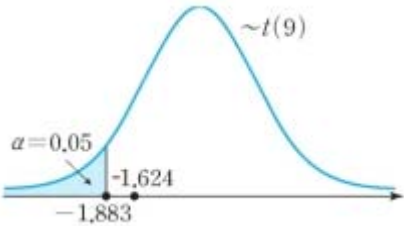
372	<p>N(0, 1)를 따른다. 따라서 구하는 확률은</p> $P(\hat{p} \leq 0.15) = P\left(\frac{\hat{p} - 0.1}{\sqrt{0.0003}} \leq \frac{0.15 - 0.1}{\sqrt{0.0003}}\right) \approx P(Z \leq 2.89)$ $= 0.5 + P(0 \leq Z \leq \frac{2.8}{2.89}) = 0.5 + 0.4981 = 0.9981$ <p>이다. ■</p>											
373	$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \times P(X=x) = \sum_{x=0}^{\infty} x \times f(x) = \sum_{x=0}^a x \times f(x) + \sum_{x=a}^{\infty} x \times f(x)$ $\geq \sum_{x=0}^{\infty} x \times f(x) \geq \sum_{x=0}^{\infty} a \times f(x) = a \sum_{x=0}^{\infty} f(x) = a \times P(X \geq a)$ <p>이다. 즉,</p>											
379	<p>13 S수학 학원에서 일하는 강사의 일주일 근무 시간은 평균이 μ 시간, 표준편차가 5시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학원에서 일하는 강사 중에서 임의추출한 36명의 일주일 근무 시간의 표본평균이 38시간 이상일 확률을 구한 값이 0.9332일 때, μ의 값을 구하시오.</p> <table border="1" data-bbox="939 755 1196 948"> <thead> <tr> <th>z</th> <th>P(0 ≤ Z ≤ z)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.5</td> <td>0.1915</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>0.3413</td> </tr> <tr> <td>1.5</td> <td>0.4332</td> </tr> <tr> <td>2.0</td> <td>0.4772</td> </tr> </tbody> </table>	z	P(0 ≤ Z ≤ z)	0.5	0.1915	1.0	0.3413	1.5	0.4332	2.0	0.4772	m
z	P(0 ≤ Z ≤ z)											
0.5	0.1915											
1.0	0.3413											
1.5	0.4332											
2.0	0.4772											

제6장 통계적 추정과 가설검정

페이지	수정	이유
390	<p>16 모평균의 t-분포 검정</p> <p>모분산 σ^2이 알려지지 않은 경우 또는 모집단으로부터 뽑은 표본의 크기 n이 작은 경우 ($n < 30$)의 모평균 μ에 대한 가설검정 (단, α는 유의수준, μ_0는 모평균 μ에 대한 가설의</p>	
391	<p>18 서로 독립인 두 모평균의 정규분포 검정</p> <p>서로 독립인 두 모집단 X_1과 X_2 각각의 모분산 σ_1^2과 σ_2^2이 알려져 있는 경우 또는 두 모집단으로부터 뽑은 각각의 표본의 크기 n_1과 n_2가 큰 경우($n_1, n_2 \geq 30$)의 두 모평균</p>	가
	<p>19 서로 독립인 두 모평균의 t-분포 검정</p> <p>서로 독립인 두 모집단 X_1과 X_2 각각의 모분산 σ_1^2과 σ_2^2이 알려지지 않은 경우 또는 두 모집단으로부터 뽑은 표본의 수가 작은 경우($n_1, n_2 < 30$)이면서 두 모분산이 같은 경우</p>	

398	<p>이다. 이때, 모분산 σ가 미지이므로 표본표준편차 S로 대신하여 표본평균 \bar{X}의 표준오차는</p> $SE(\bar{X}) = \frac{S}{\sqrt{n}}$ <p>이다. 그리고 표본비율 \hat{p}는 모비율 p에 대한 불편추정량이고 표준오차는</p> $SE(\hat{p}) = \sqrt{V(\hat{p})} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ <p>아래 내용 추가 이다. 이처럼 표본평균 \bar{X}, 표본분산 S^2, 표본비율 \hat{p}은 다른 어떤 불편추정량보다 표준편차가 작은 유효추정량이다.</p>	/ 가								
	<p>예제 6.2 모평균 μ와 모분산 σ^2이 알려지지 않은 모집단에서 확률표본 X_1, X_2를 추출하였다. 모수 μ의 추정량</p>									
399	<p>예제 6.3 모평균 μ와 모분산 σ^2이 알려지지 않은 모집단에서 확률표본 X_1, X_2를 추출하였다. 모평균 μ의 추정량을 각각</p>									
404	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">오차한계 e</th> <th style="text-align: center;">신뢰구간</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">$1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$</td> <td style="text-align: center;">$\mu = \bar{X} \pm 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$</td> <td style="text-align: center;">$\mu = \bar{X} \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$</td> <td style="text-align: center;">$\mu = \bar{X} \pm 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$</td> </tr> </tbody> </table>	오차한계 e	신뢰구간	$1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\mu = \bar{X} \pm 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$	$1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\mu = \bar{X} \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$	$2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\mu = \bar{X} \pm 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$	
오차한계 e	신뢰구간									
$1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\mu = \bar{X} \pm 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$									
$1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\mu = \bar{X} \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$									
$2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\mu = \bar{X} \pm 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left[\bar{X} - 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$									
405	<p>풀이 정규분포를 이루는 모집단으로부터 추출한 표본의 평균이 $\bar{X} = 5$이고, 모분산은 $\sigma^2 = 1$, 표본의 크기는 $n = 100 (\geq 30)$이므로 표본평균 \bar{X}의 표준오차는 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{10}$이다. 그리고</p>									
410	$S^2 = \frac{1}{15} \sum_{k=1}^{16} (X_k - \bar{X})^2$ $= \frac{1}{15} ((5 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + \dots + (6 - 6)^2) = 4.8$ <p>이다. 그리고 표본의 크기 $n = 16$이므로 자유도가 15인 t-분포를 사용하면</p>									

415	<p>▶ 풀이 모분산 σ^2이 주어지지 않으며 표본의 크기도 $10 (< 30)$으로 작으므로 모분산을 표본분산으로 대신하여 자유도 9인 t-분포에 따라 표본의 크기를 구한다. 자유도 9인 $t_{0.05} = 1.833$이고, 표본표준편차 $S = 2$, $d = 1$이므로 $t_{0.05}(9)$</p>	
423	<p>이다. 따라서 임의의 양수 $\alpha (0 < \alpha < 1)$에 대하여 T의 확률은</p> $P\left(-t_{\alpha/2} \frac{(n-1)}{n_1 + n_2 - 2} \leq T \leq t_{\alpha/2} \frac{(n-1)}{n_1 + n_2 - 2}\right) = 1 - \alpha$	
424	<p>이다. 따라서 $t_{0.1/2} \frac{(27)}{25} = 1.7038$이므로 t-분포에 의한 90% 신뢰구간은</p> $\left[(\bar{X} - \bar{Y}) - t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}, \right.$ $\left. (\bar{X} - \bar{Y}) + t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right]$ $= \left[(10 - 8) - 1.7038 \times 2.68 \sqrt{\frac{1}{17} + \frac{1}{10}}, (10 - 8) + 1.7038 \times 2.68 \sqrt{\frac{1}{17} + \frac{1}{10}} \right]$ $\approx [0.18, 3.82]$	
428	<p>.....</p> <p>품을 개발한 연구팀은 신제품이 기존의 제품보다 성능이 더 좋다고 주장할 수 있을며, 어떤 사회학자는 30대와 40대에서 임금의 차이가 난다고 주장할 수 있고, 철근 용한계, 즉 유의수준(significant level, α)을 미리 정해놓고 그 기준에 따라 가설의 채택(not reject)이나 기각(reject)을 결정한다.</p>	
431	<p>3. 기각역 구하기: 유의수준 α에 대한 검정통계량의 기각역을 구한다. 4. 검정통계량의 관측값 구하기: 표본으로부터 검정통계량의 관측값을 구한다.</p>	가
436	<p>모분산 σ^2이 알려지지 않은 경우 또는 모집단으로부터 뽑은 표본의 크기 n이 작은 경우($n < 30$)의 모평균 μ에 대한 가설검정(단, α는 유의수준, μ_0는 모평균 μ에 대한 가설의 주장값), \bar{X}는 표본평균, S는 표본표준편차)</p>	/ 가
438	<p>⑤ 결론 내리기 검정통계량의 관측값이 기각역에 속하지 않으므로 유의수준 $\alpha = 0.05$에서 귀무가설 H_0을 기각할 수 없다. 즉 L사의 새로운 냉장고의 평균월소비전력량은 기존 양문형 냉장고 중 평균월소비전력량이 최저인 제품보다 낮다고 할 수 없다. 과 비교해 통계적으로 유의하게 낮다고 할 수 없다.</p>	

439		
442	<p>서로 독립인 두 모집단 X_1과 X_2 각각의 모분산 σ_1^2과 σ_2^2이 알려져 있는 경우 또는 모분산이 알려져 있지 않더라도 두 모집단으로부터 뽑은 각각의 표본의 크기 n_1과 n_2가 큰 경우 ($n_1, n_2 \geq 30$)의 두 모평균 μ_1과 μ_2에 대한 가설검정 (단, α는 유의수준)</p> <p>\bar{X}_1와 \bar{X}_2는 두 모집단 각각의 표본평균, S_1^2과 S_2^2은 표본분산)</p>	가
443	<p>❶ 풀이 두 모집단의 분산 σ^2이 알려져 있으므로 정규분포 검정을 한다. 그리고 일반 페인트의 VOCs 노출도 X_1의 평균을 μ_1, 친환경 페인트의 VOCs 노출도 X_2의 평균을 μ_2라 하자. 고, 각 모집단에서의 표본평균을 \bar{X}_1, \bar{X}_2라 하자.</p>	가
444	<p>❶ 풀이 두 모집단의 분산 σ^2이 알려지지 않지만 표본의 크기 $n_1 = 600 (\geq 30)$이고 $n_2 = 400 (\geq 30)$이므로 표본표준편차를 이용하여 정규분포 검정을 한다. 그리고 5월 모의고사의 교과교육용 점수의 모평균 μ_1, 6월 모의고사에 참여한 400명의 평균을 μ_2라 하자.</p> <p>① 가설 설정하기 $H_0: \mu_1 = \mu_2$</p> <p>고, 각 모집단에서의 표본평균을 \bar{X}_1, \bar{X}_2라 하자.</p>	/ 가
445	<p>서로 독립인 두 모집단 X_1과 X_2의 분산이 알려지지 않거나 또는 저 있지 않으면서 두 모집단으로 뽑은 표본의 수가 적은 상황($n_1, n_2 < 30$)에서 두 모분산이 동일하다고 전제할 수 있는 경우, 즉 크기 n_1과 n_2가 작은 $\sigma_1 = \sigma_2$인 모든 합동표본분산(pooled sample variance)을 사용</p>	
445	<p>서로 독립인 두 모집단 X_1과 X_2 각각의 모분산 σ_1^2과 σ_2^2이 알려지지 않은 경우 또는 두 모집단으로부터 뽑은 표본의 수가 작은 경우($n_1, n_2 < 30$)이면서 두 모분산이 같은 경우에 두 모평균 μ_1과 μ_2에 대한 가설검정 (단, α는 유의수준, S_1^2과 S_2^2는 두 모집단 X_1과 X_2 각각의 표본분산)</p> <p>① 귀무가설 \bar{X}_1와 \bar{X}_2는 두 모집단 각각의 표본평균, S_1^2과 S_2^2은 표본분산</p> <p>② 대립가설 $H_1: \mu_1 < \mu_2, H_1: \mu_1 > \mu_2, H_1: \mu_1 \neq \mu_2$</p>	/ 가
448	<p>숫한 조건의 대상들을 짝을 지어 두 가지 처리를 한 결과를 살펴보는 것을 대응비교 (paired comparison, 또는 짝비교)라 한다.</p>	

450	<p>풀이 서로 대응인 표본이고 표본의 크기 $n = 40 (\geq 30)$이므로 서로 대응인 두 모평균의 정규 분포 검정을 한다. 이때, 다이어트 약을 복용하기 전의 몸무게와 약을 복용한 후의 몸무게의 모평균을 각각 μ_1, μ_2라 하고, $\mu_1 - \mu_2$의 평균을 \bar{D}, $\mu_1 - \mu_2$의 표준편차를 S_D라 하자.</p> <p>① 가설 설정하기</p> <p>$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$</p>	가									
452	<p>풀이 서로 대응인 표본이고 표본의 크기가 $n = 20 (< 30)$이므로 서로 대응인 두 모평균의 t-분포 검정을 한다. 이때, 첨가제를 사용 전 X과 사용 후 Y의 모평균을 각각 μ_1, μ_2라 하자.</p>										
458	<p>05 A대학 학생의 주당 모바일 게임 시간을 알아보려고 임의로 10⁹명을 추출하여 조사한 결과가 다음과 같다. 모바일 게임 시간이 정규분포를 따른다고 가정할 때, A대학 학생의 주당 모바일 게임 시간의 평균과 분산에 대한 추정값을 구하시오.</p> <p style="text-align: center;">점</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td>10</td> <td>10</td> <td>13</td> <td>14</td> <td>15</td> <td>15</td> <td>18</td> <td>20</td> <td>21</td> </tr> </table>	10	10	13	14	15	15	18	20	21	
10	10	13	14	15	15	18	20	21			
459	<p>09 제주도 해풍을 맞고 자란 고당도 초당 옥수수의 평균 길이를 조사하기 위해 임의로 25개를 추출하여 길이를 조사한 결과, 평균 15cm, 표준편차 1cm였다. 제주 초당 옥수수의 평균 길이에 대한 90% 신뢰구간을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(Z \leq 1.645) = 0.95$, $P(Z \leq 1.96) = 0.975$, $P(Z \leq 2.576) = 0.995$이다.)</p> <p>(단, t가 T-분포를 따르는 확률변수일 때, $t_{0.05}(24) = 1.711$, $t_{0.05}(25) = 1.708$이다.)</p>										
464	<p>10 어떤 축구 리그에서 경쟁하는 구단의 경기 당 득점 수 X, 실점 수 Y는 서로 독립이며, 각각은 모수가 λ_x, λ_y인 푸아송분포를 따른다고 한다. 이 구단의 100경기의 리그 기록을 임의로 추출하여 경기 당 기대 득실차 $\lambda_x - \lambda_y$의 95% 근사 신뢰구간을 구했더니 (0.608, 1.392)이었다. (단, 득실차는 '득점 수 - 실점 수'로 정의하며, λ_x, λ_y는 알려지지 않은 값이다.)</p> <p style="text-align: center;">득실</p>										

기본문제, 심화문제, 임용시험 기출문제 풀이		
페이지	수정	이유
470	<p>02 한글 문서 10page가 대략 10MB이면 동영상은 각각 200MB, 400MB, 800MB, 1600MB, 3200MB 인 5개의 파일을 갖고 있는 것이다. 그리고 이 5개의 파일은 모두 6200MB이므로 8G USB 메모리</p> <p style="text-align: right;">GB</p>	가
474	<p>15 S대학교의 학생 중에서 임의로 선택한 한 학생이 1인 미디어 방송을 운영한 경험이 있는 학생인 사건을 A, 남학생인 사건을 B라 하면, 구하려는 확률은 $P(A)$이다. 우선 이 대학교의 남학생이 60%이고, 남학생의 80%가 1인 미디어 방송을</p> <p style="text-align: center;">신청한 경험이 있으므로</p> <p>$P(B) = 0.6$, $P(A B)$</p>	

495	<p>19 확률변수 X의 구간이 $-\frac{1}{4} < x < 1$이므로 새로운 확률변수 $Y = X^2$의 구간은 $0 \leq Y < 1$이다. 그러므로 $0 \leq y < 1$인 Y의 값 y에 대하여 Y의 분포함수 $G(y)$는</p> $G(y) = P(Y \leq y) = P(X^2 \leq y) = P(-\sqrt{y} \leq X \leq \sqrt{y}) = \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x) dx$ $= \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{y}$ <p>이다. 따라서 $0 < y < 1$에 대하여 확률변수 Y의 확률밀도함수 $f(y)$는</p> $f(y) = \frac{dG(y)}{dy} = \frac{1}{4\sqrt{y}}$ <p>이다.</p>	
495	<p>20 확률변수 X의 구간이 $x \geq 0$이므로 확률변수 $Y = e^X$의 구간은 $Y \geq 1$이다. 따라서 $y \geq 1$인 확률변수 Y의 임의의 값 y에 대하여 확률변수 Y의 분포함수 $G(y)$는</p> <p>20 새로운 확률변수 $y = u(x) = 8x^3$은 구간 $0 < x < 1$에서 구간 $0 < y < 8$로 의 연속이며 g증가 함수이다. 그리고 $0 < y < 8$에 대하여 그 역함수는 $x = u^{-1}(y) = \left(\frac{y}{8}\right)^{1/3}$ 이므로</p> $\frac{d}{dy} u^{-1}(y) = \frac{1}{24} \left(\frac{y}{8}\right)^{-2/3}$ <p>이다. 그러므로 $0 < y < 8$에 대하여 Y의 확률밀도함수 $g(y)$는</p> $g(y) = f(\sqrt{y}) \times \left \frac{d}{dx} \sqrt{y} \right = 2 \left(\frac{y}{8}\right)^{1/3} \times \frac{1}{24} \left(\frac{y}{8}\right)^{-2/3} = \frac{1}{6} y^{-1/3}$ <p>이다.</p>	
500	<p>이고</p> $\left \frac{d}{dy} (u_2^{-1}(y)) \right = \left \frac{d}{dy} (y) \right = 1 = 1$ <p>이다. 첫째와 둘째의 경우는 $0 \leq y < \frac{1}{3}$을 만족하고, 따라서 새로운 확률변수 Y의 확률밀도</p>	
501	<p>분포의 누적분포함수 $F(x_i)$는</p> $F(x_i) = P(X_i \leq x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f(t) dt = \int_0^{x_i} 1 dt = x_i \quad (i = 1, 2, 3)$ <p>이며, 이때, 세 수 x_1, x_2, x_3의 최댓값인 확률변수 X는 $\max\{X_1, X_2, X_3\}$이고 각각은 독립이므로, 확률변수 X의 누적분포함수 $F(x)$는</p> $F(x) = P(X \leq x) = P(\max\{X_1, X_2, X_3\} \leq x) = P(X_1 \leq x, X_2 \leq x, X_3 \leq x)$ $= P(X_1 \leq x) \times P(X_2 \leq x) \times P(X_3 \leq x) = x \times x \times x = x^3$	
502	<p>이다. 우선 확률값을 다 더하면 1이므로</p> $1 = y + \frac{1}{3} + x \quad (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$	

<p>503</p>	$E(X) = 1\left(\frac{1}{2}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + n\left(\frac{1}{2}\right)^n + \dots$ $-\frac{1}{2}E(X) = -\left(\frac{1}{2}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + (n-1)\left(\frac{1}{2}\right)^n + \dots$ <hr/> $\frac{1}{2}E(X) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots = 1$ $E(X^2) = 1\left(\frac{1}{2}\right) + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 9\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots$ $-\frac{1}{2}E(X^2) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots$ <hr/> $\frac{1}{2}E(X^2) = \frac{1}{2} + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)\left(\frac{1}{2}\right)^k$	
<p>505</p>	<p>이다. 그리고 5회의 시험을 치루면 적어도 한 팀은 3회 이상 이기므로 시험 횟수가 5회 이상일 때에도</p> $P(X=x) = 0$	
<p>509</p>	<p>08 20 40개들이 한 상자에서 8개의 나사를 선택하였을 때 정품의 개수를 X라 하면 이 확률변수 X는 초기하분포 $HG(20, 15, 8)$를 따른다. 따라서 8개의 나사로 조립한 선풍기가 작동할 확률은</p>	
<p>520</p>	$0.096 = P(X \geq C) = P\left(\frac{X-55}{8} \geq \frac{C-55}{8}\right) = P\left(Z \geq \frac{C-55}{8}\right)$ $= 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{C-55}{8}\right) = 0.5 - 0.404$ <p>즉, $P\left(0 \leq Z \leq \frac{C-55}{8}\right) = 0.404$이다. 따라서 $\frac{C-55}{8} = 1.3$이고 $C = 65.4$이다.</p>	
<p>524</p>	$= (y^2 + y^2 + y^2) - 2y^3$ $= 3y^2 - 2y^3 \quad (0 \leq y \leq 1)$ <p>이므로 Y의 누적분포함수는</p>	
<p>539</p>	<p>이다. 더불어 새로운 확률변수 $Z = X + Y$의 누적분포함수 $G(z)$는</p> <p>① $0 \leq z \leq 2$인 경우,</p> $G(z) = P(Z \leq z) = \int_0^z \int_0^{z-x} \frac{1}{4}(x+2y)dydx = \int_0^z \frac{1}{4}(z^2 - zx)dx = \frac{1}{8}z^3$	
<p>544</p>	<p>이다. 따라서 확률 $P(X^2 \leq Y \leq X)$은</p> $P(X^2 \leq Y \leq X) = \int_0^1 \int_{x^2}^x f(x, y)dydx = \int_0^1 \int_{x^2}^x 4xy dydx = \frac{1}{6}$	<p>1 x</p>

546	<p>이다. 그리고 X의 조건부확률밀도함수</p> $f_{X Y}(x 2) = \frac{P(X=x, Y=2)}{P(Y=2)} = \frac{f(x, 2)}{f_Y(2)} = \frac{f(x, 2)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x, 2) dx} = \frac{\frac{1}{5}x \times 2(1-x+2)}{\frac{1}{5} \times 2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times 2 \right)}$ $= \frac{\frac{2}{5}x(3-x)}{\frac{2}{5}x(3-x)} = \frac{2}{5}x(3-x)$ $= \frac{\int_0^1 \frac{2}{5}x(3-x) dx}{\frac{7}{15}} = \frac{6}{7}x(3-x) \quad (0 < x < 1)$	
547	<p>이다. 따라서 Z의 확률밀도함수 $g(z)$는</p> $g(z) = \frac{dG}{dz}(z) = \frac{z}{4} e^{-\frac{z}{2}} \quad (z > 0)$ <p>이다.</p>	
548	<p>㉠ 영역 ($0 \leq z < 2$) ㉡ 영역 ($2 \leq z < 4$)</p>	가
548	$f_Z(z) = \frac{dF}{dz}(z) = \begin{cases} \frac{z}{4}, & 0 < z < 2 \\ 1 - \frac{z}{4}, & 2 \leq z < 4 \\ \frac{dF(z)}{dz}, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$	
549	$f_{X_1}(x) = \frac{2}{9}x - \frac{2}{9} \quad (1 < x < 4), \quad f_{X_2}(x) = \frac{2}{9}x - \frac{2}{9} \quad (1 < x < 4)$ <p>이다. 새로운 확률변수 Y에 대하여</p>	
553	<p>에 대하여 $Z = \frac{\hat{p} - 0.2}{0.04}$는 표준정규분포 $N(0, 1)$를 따른다. 따라서 구하는 확률 $P(0.19 \leq \hat{p} \leq 0.22)$은</p> $P(0.19 \leq \hat{p} \leq 0.22) = P\left(\frac{0.19 - 0.2}{0.04} \leq \frac{\hat{p} - 0.2}{0.04} \leq \frac{0.22 - 0.2}{0.04}\right) = P(-0.25 \leq Z \leq 0.5)$	
554	<p>12 정규분포를 따르는 확률변수 X에 대하여 $P(X \geq 3.4) = \frac{1}{2}$이므로 확률변수 X의 평균은 3.4이다. 그리고 확률변수 X의 표준편차를 σ라 하면 $P(X \leq 3.9) + P(Z \leq -1) = 1$에서</p> $P(X \leq 3.9) = P\left(\frac{X - 3.4}{\sigma} \leq \frac{3.9 - 3.4}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{0.5}{\sigma}\right)$ <p>이고, $P(Z \leq -1) = P(Z \geq 1)$이므로</p> $\frac{0.5}{\sigma} = 1,$	가

556	<p>18 기초교양봉계를 수강한 학생의 최종 점수를 X라 할 때, 확인된 자료가 평균 $E(X) = 62$과 분산 $V(X) = 16$이므로, 체비쇼프의 부등식에 의하여 구하는 확률은</p> $P(54 < X < 70) = 1 - P(X - 62 < 8) \geq 1 - \frac{V(X)}{8^2} = 1 - \frac{16}{8^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ <p style="text-align: center;">(제거)</p>	
557	<p>02 n개의 표본에 대한 표본평균 \bar{X}_n의 분산 $V(\bar{X}_n)$은</p> $\sigma^2 = V(\bar{X}_n) = V\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{V(X_1) + \dots + V(X_n)}{n^2} = \frac{nV(X_1)}{n^2} = \frac{V(X_1)}{n}$ <p>이므로</p> $P(\bar{X}_n - \mu < \epsilon) = P\left(\bar{X}_n - \mu < \frac{\epsilon}{\sigma}\right) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{\epsilon^2} = 1 - \frac{V(X_1)}{n\epsilon^2}$ <p>이 성립한다. n개의 표본에 대한 표본평균 \bar{X}_n의 분산 $V(\bar{X}_n)$은</p> $\sigma^2 = V(\bar{X}_n) = V\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{V(X_1) + \dots + V(X_n)}{n^2} = \frac{nV(X_1)}{n^2} = \frac{V(X_1)}{n}$ <p><중앙극한정리> 이므로</p> $P(\bar{X}_n - \mu < \epsilon) = P\left(\bar{X}_n - \mu < \frac{\epsilon}{\sigma}\right) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{\epsilon^2} = 1 - \frac{V(X_1)}{n\epsilon^2}$ <p>이 성립한다. 한편 확률의 정의에 의해 $0 \leq P(\bar{X}_n - \mu < \epsilon) \leq 1$을 만족한다. 또한 $0 < V(X_1) < \infty$이므로, 적당한 자연수 n_0가 존재하여, $n \geq n_0$에 대해 $1 - \frac{V(X_1)}{n\epsilon^2} > 0$이 성립한다. 그러므로 $n \geq n_0$에 대해 $P(\bar{X}_n - \mu < \epsilon)$는</p> $1 - \frac{V(X_1)}{n\epsilon^2} \leq P(\bar{X}_n - \mu < \epsilon) \leq 1$	/
558	<p>를 만족한다. 이때 n이 무한히 커지면</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{V(X_1)}{n\epsilon^2}\right) = 1$ <p>이 되어 조임 정리에 의해 $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\bar{X}_n - \mu < \epsilon) = 1$이다.</p>	
563	<p>즉 $b = 2$이다.</p> $P(\bar{X} - \bar{Y} \leq 320) = P\left(Z \leq \frac{320 - 300}{10}\right) = P(Z \leq 2),$ $= P\left(\frac{\bar{X} - \bar{Y} - 300}{10} \leq \frac{320 - 300}{10}\right)$	가

564	<p>03 임의로 뽑은 고등학교 1학년 학생 100명의 평균체중을 \bar{X}라 하면, 평균체중 \bar{X}의 표준편차는 표준오차 SD이다. 따라서 표준오차 $SE(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$를 구하면, $\sigma = 4$, $n = 100$이므로</p> $SE(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{100}} = 0.4$	
569	<p>18 두 모집단의 분산 σ^2이 알려지지 않지만 표본의 크기 $n_1 = 36 (\geq 30)$이고 $n_2 = 49 (\geq 30)$이므로 표본표준편차 S_1, S_2를 이용하여 정규분포 검정을 한다. 그리고 여성과 남성의 평균을 각각 μ_1, μ_2라 하자.</p> <p style="text-align: right;">남녀 신입생의 한달 평균용돈을</p>	
572	<p>03 확률이 $1 - \alpha$인 모평균 μ의 $100(1 - \alpha)\%$ 신뢰구간은 $\left[\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$이므로 95% 신뢰구간은 $\left[\bar{X} - z_{0.05/2} \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{0.05/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$이다. 그리고 $z_{0.025} = 1.96$, $\bar{X} = 180$, $S = 20$, $n = 100$이므로</p> $\left[180 - 1.96 \times \frac{20}{\sqrt{100}}, 180 + 1.96 \times \frac{20}{\sqrt{100}} \right] = [176.08, 183.92]$ <p style="text-align: right;">174.4, 185.6</p> <p>이다.</p>	
573	<p>06 총 n번의 실험에서 얻은 화학 침전물의 양의 표본평균 \bar{X}는 정규분포 $N\left(\mu, \frac{3^2}{n}\right)$을 따른다. 따라서 침전물 양의 표본평균에 대한 95% 신뢰구간은 $\left[\bar{X} - 1.96 \frac{3}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.96 \frac{3}{\sqrt{n}} \right]$으로 나타낼 수 있다. 한편 $P(\bar{X} - \mu \leq 1.2) \geq 0.95$을 만족하기 위해서는</p>	
574	<p>이다.</p> <p>(b) 100경기의 표본으로부터 얻은 경기 당 득점 수의 표본평균과 표본표준편차를 각각 \bar{x}와 s_x, 경기 당 실점 수의 표본평균과 표본표준편차를 각각 \bar{y}, s_y라고 하면, 표준정규분포에 의한 경기 당 기대 득실차 $\lambda_x - \lambda_y$의 95% 신뢰구간은 $\bar{Y} \quad S_Y$</p>	

575

$$\begin{aligned} & \left[\bar{X} - \bar{Y} - z_{0.05/2} \sqrt{\frac{S_X^2}{100} + \frac{S_Y^2}{100}}, \bar{X} - \bar{Y} + z_{0.05/2} \sqrt{\frac{S_X^2}{100} + \frac{S_Y^2}{100}} \right] \\ & = \left[\bar{X} - \bar{Y} - 1.96 \sqrt{\frac{S_X^2}{100} + \frac{S_Y^2}{100}}, \bar{X} - \bar{Y} + 1.96 \sqrt{\frac{S_X^2}{100} + \frac{S_Y^2}{100}} \right] \\ & \left[\bar{x} - \bar{y} - z_{0.05/2} \sqrt{\frac{s_x^2}{100} + \frac{s_y^2}{100}}, \bar{x} - \bar{y} + z_{0.05/2} \sqrt{\frac{s_x^2}{100} + \frac{s_y^2}{100}} \right] \\ & = \left[\bar{x} - \bar{y} - 1.96 \sqrt{\frac{s_x^2}{100} + \frac{s_y^2}{100}}, \bar{x} - \bar{y} + 1.96 \sqrt{\frac{s_x^2}{100} + \frac{s_y^2}{100}} \right] \end{aligned}$$

이다. $\bar{x} - \bar{y} = d$, $\sqrt{\frac{s_x^2 + s_y^2}{100}} = s$ 라고 하면 주어진 신뢰구간은

$$\begin{aligned} & \bar{X} - \bar{Y} = D \\ & \sqrt{\frac{S_X^2 + S_Y^2}{100}} = S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [d - z_{0.05/2}s, d + z_{0.05/2}s] = [0.608, 1.392] \\ & [D - z_{0.05/2}S, D + z_{0.05/2}S] = [0.608, 1.392] \end{aligned}$$

이므로 연립방정식 $\begin{cases} d - 1.96s = 0.608 \\ d + 1.96s = 1.392 \end{cases}$ 을 풀면 $D = 1$, $S = 0.2$ 이다. 그리고 경기 당 득실차의 모

$$\begin{cases} D - 1.96S = 0.608 \\ D + 1.96S = 1.392 \end{cases}$$

② 검정통계량과 분포 정하기: 검정통계량은 $Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 1.6}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$ 이고, 표준정규분포 $N(0, 1)$ 에 근사한다.

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - 1.6}{\sqrt{\frac{S_X^2}{n_X} + \frac{S_Y^2}{n_Y}}}$$

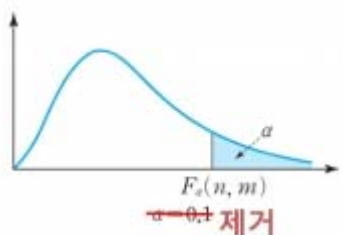
576

(2) 자유도는 $df = n - 1 = 9 - 1 = 8$ 인 t -분포에 따라 인문계 수험생 전체의 모평균 μ 의 95%의 신뢰구간은 $\left[\bar{X} - t_{0.05/2}(8) \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{0.05/2}(8) \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$ 이므로 ~~자연계 수험생 전체의 모평균 μ 의 95%의 신뢰구간은~~

$$\left[\bar{X} - z_{0.05/2} \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{0.05/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

이다. 그리고 $t_{0.025}(8) = 2.306$, $\bar{X} = 42$, $S = 7.5$, $n = 9$ 이므로 신뢰구간은

03 표본의 크기 결정 (2009학년도 모의평가) 과거의 경험으로 볼 때 비슷한 프로그램의 시청률이 20%를 넘지 않았으나 모평균은 $\mu < 0.2$ 이다. 그리고 표본조사에서 얻은 표본비율 \hat{p} 과 실제 시청률 p 의 ~~높았으므로~~ 본 TV 프로그램의 실제 시청률도 20% 정도일 것으로 예측할 수 있다. 즉 $p=0.2$ 로 두고

577	<p>차이가 5% 이하, 즉 $\hat{p} - p \leq 0.05$가 되도록 하는 최소 표본크기 n이 속하는 구간을 구해야 한다. 즉,</p> $ \hat{p} - p = z_{0.05/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq 0.05$ $\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{p(1-p)} \left(\frac{z_{0.05/2}}{0.05} \right)^2 \leq n$ <p>이타 크라코 $\hat{p} = 0.2$, $z_{0.025} = 1.96$이므로 에서 $p = 0.2$</p> $0.2 \times 0.8 \times (39.2)^2 = 245.92 \leq n$	
583	<p>[표 4] F-분포표</p> 	
585	<p>고성은 외(2019). ²⁰¹⁵고등학교 확률과 통계 교과서. 좋은책신사고. 교육부(2015). ²⁰¹⁵개정 수학과 교육과정. 교육과학기술부.</p>	가
24	<p>A → Q → B의 경우의 수는 1 A → P → B의 경우의 수는 24 A → R → B의 경우의 수는 $1 \times \frac{5!}{4!} = 5$ A → S → B의 경우의 수는 1</p> <p>이다. 따라서 합의 법칙을 이용하면 구하려는 경우의 수는</p> $1 + 24 + 5 + 1 = 31$ <p style="text-align: right; color: red;">30</p>	